

"ДИНАМИКА ТОЧКИ Вар.31 N=8 (ст.14)

Новожилов И. В., Зацепин М. Ф.

Типовые расчёты по теоретической механике на базе ЭВМ: Учебное пособие.

— М.: Высшая школа, 1986. — 136 с."

$$\text{norma} = \left\{ T \rightarrow \frac{1}{\Omega}, L \rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{\gamma M}{4 \Omega^2}\right)} \right\};$$

const1 = {L > 0, M > 0, m > 0, Ω > 0, γ > 0};

const2 = {L → 6371 * 10³, Ω → 2.34, γ → 6.67259 * 10⁻¹¹, M → 5.97 * 10²⁴,
m → 5.1 * 10⁵, TTκ → 4.2, X₀ → 0.0, V_{x0} → 0.1, Y₀ → 0.0, V_{y0} → 0.0};

----";

"1. Уравнения движения";

$$RR = \begin{pmatrix} R_{\xi 1}[t] \\ R_{\xi 2}[t] \end{pmatrix};$$

$$R_1 = L \begin{pmatrix} \text{Cos}[\Omega t] \\ \text{Sin}[\Omega t] \end{pmatrix};$$

$$R_2 = -L \begin{pmatrix} \text{Cos}[\Omega t] \\ \text{Sin}[\Omega t] \end{pmatrix};$$

"модули разности векторов |R₁-R|, |R₂-R|";

$$RR_1 = \sqrt{\text{Transpose}[R_1 - RR] \cdot (R_1 - RR) \text{ [[1, 1]]}};$$

$$RR_2 = \sqrt{\text{Transpose}[R_2 - RR] \cdot (R_2 - RR) \text{ [[1, 1]]}};$$

$$yrl = m \partial_{t,t} RR = \gamma m M \frac{R_1 - RR}{RR_1^3} + \gamma m M \frac{R_2 - RR}{RR_2^3};$$

Print["Уравнения движения \n", yrl[[1]] // MatrixForm, "=", yrl[[2]] // MatrixForm];

----";

"2. Переход к безразмерным переменным τ=t/T, r=R/L";

$$\text{bezrazmer1} = \left\{ R_{\xi 1}[t] \rightarrow L r_{\xi 1}[\tau], R_{\xi 2}[t] \rightarrow L r_{\xi 2}[\tau], \right.$$

$$(R_{\xi 1})'[t] \rightarrow \frac{L}{T} (r_{\xi 1})'[\tau], (R_{\xi 2})'[t] \rightarrow \frac{L}{T} (r_{\xi 2})'[\tau],$$

$$\left. (R_{\xi 1})''[t] \rightarrow \frac{L}{T^2} (r_{\xi 1})''[\tau], (R_{\xi 2})''[t] \rightarrow \frac{L}{T^2} (r_{\xi 2})''[\tau] \right\};$$

bezrazmer2 = {t → T τ};

yrl1 = (yrl // . bezrazmer1) // . bezrazmer2 // . norma;

"приведение системы к форме Коши";

coef = Coefficient[yrl1[[1]], {(r_{ξ1})''[τ], (r_{ξ2})''[τ]}];

yrl1 = (yrl1[[1]] / coef) = Simplify[(yrl1[[2]] / coef), const1];

yrl2 = yrl1 // . const2;

Print["Уравнения движения в безразмерных переменных (в форме Коши) \n",

```

( $\begin{matrix} v_{\xi 1}[\tau] \\ v_{\xi 2}[\tau] \end{matrix}$ ) // MatrixForm, "=", ( $\begin{matrix} r_{\xi 1}'[\tau] \\ r_{\xi 2}'[\tau] \end{matrix}$ ) // MatrixForm, "\n",
( $\begin{matrix} v_{\xi 1}'[\tau] \\ v_{\xi 2}'[\tau] \end{matrix}$ ) // MatrixForm, "=", yr11[[2]] // MatrixForm];

-----
----";
"3. Решение дифференциальных уравнений";
const3 = { $\tau_k \rightarrow \frac{T \tau_k}{T}$ ,  $x_0 \rightarrow \frac{X_0}{L}$ ,  $v_{x0} \rightarrow \frac{V_{x0} T}{L}$ ,  $y_0 \rightarrow \frac{Y_0}{L}$ ,  $v_{y0} \rightarrow \frac{V_{y0} T}{L}$ } // .norma // .const2;
yr3 = NDSolve[{yr2[[1, 1, 1]] == yr2[[2, 1, 1]], yr2[[1, 2, 1]] == yr2[[2, 2, 1]],
  r $_{\xi 1}$ [0] == x $_0$ , r $_{\xi 1}$ '[0] == v $_{x0}$ , r $_{\xi 2}$ [0] == y $_0$ , r $_{\xi 2}$ '[0] == v $_{y0}$ } // .
  const3, {r $_{\xi 1}$ , r $_{\xi 2}$ }, {{ $\tau$ , 0,  $\tau_k$ } // .const3}][[1]];
Print["Решение в безразмерных переменных
(характерные размеры: L=", L // .norma // .const2,
" м; T=", T // .norma // .const2, " сек)\n", yr3 // MatrixForm];
-----
----";
Print["ГРАФИКИ"]
{ParametricPlot[{r $_{\xi 1}[\tau]$ , r $_{\xi 2}[\tau]$ } // .const2 // .yr3,
  { $\tau$ , 0,  $\tau_k$  // .const3}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"r $_{\xi 1}$ ", "r $_{\xi 2}$ "}}],
ParametricPlot[{L r $_{\xi 1}[\tau]$ , L r $_{\xi 2}[\tau]$ } // .const2 // .yr3, { $\tau$ , 0,  $\tau_k$  // .const3},
  PlotRange -> All, AxesLabel -> {"r $_{\xi 1}$ , м", "r $_{\xi 2}$ , м"}}]
{Plot[ $\sqrt{r_{\xi 1}'[\tau]^2 + r_{\xi 2}'[\tau]^2}$  // .yr3, { $\tau$ , 0,  $\tau_k$  // .const3},
  PlotRange -> All, AxesLabel -> {" $\tau$ ", "|v|"}],
Plot[ $\frac{L}{T} \sqrt{r_{\xi 1}'[\tau/T]^2 + r_{\xi 2}'[\tau/T]^2}$  // .norma // .const2 // .yr3,
  { $\tau$ , 0, T  $\tau_k$  // .norma // .const2 // .const3},
  PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t, сек", "|v|, м/с"}}]
ttab = {" $\tau$ ", "r $_{\xi 1}$ ", "r $_{\xi 2}$ ", "v $_{\xi 1}$ ", "v $_{\xi 2}$ ", "|v|"};
Do[
  ttab = Append[ttab, { $\tau$ , r $_{\xi 1}[\tau]$ , r $_{\xi 2}[\tau]$ , r $_{\xi 1}'[\tau]$ , r $_{\xi 2}'[\tau]$ ,  $\sqrt{r_{\xi 1}'[\tau]^2 + r_{\xi 2}'[\tau]^2}$ } // .yr3],
  { $\tau$ , 0, ( $\tau_k$  // .const3), ( $\tau_k$  / 20 // .const3)}]
Grid[ttab, Frame -> All]

```

Уравнения движения

$$\begin{pmatrix} m (R_{\xi 1})''[\tau] \\ m (R_{\xi 2})''[\tau] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m M \gamma (-L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])}{((-L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])^2 + (-L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])^2)^{3/2}} + \frac{m M \gamma (L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])}{((L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])^2 + (L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])^2)^{3/2}} \\ \frac{m M \gamma (-L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])}{((-L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])^2 + (-L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])^2)^{3/2}} + \frac{m M \gamma (L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])}{((L \cos[t \Omega] - R_{\xi 1}[\tau])^2 + (L \sin[t \Omega] - R_{\xi 2}[\tau])^2)^{3/2}} \end{pmatrix}$$

Уравнения движения в безразмерных переменных (в форме Коши)

$$\begin{pmatrix} v_{\xi 1}[\tau] \\ v_{\xi 2}[\tau] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_{\xi 1})'[\tau] \\ (r_{\xi 2})'[\tau] \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (v_{\xi 1})'[\tau] \\ (v_{\xi 2})'[\tau] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \left(\frac{\cos[\tau] - r_{\xi 1}[\tau]}{(1 - 2 \cos[\tau] r_{\xi 1}[\tau] + r_{\xi 1}[\tau]^2 - 2 \sin[\tau] r_{\xi 2}[\tau] + r_{\xi 2}[\tau]^2)^{3/2}} - \frac{\cos[\tau] + r_{\xi 1}[\tau]}{(1 + 2 \cos[\tau] r_{\xi 1}[\tau] + r_{\xi 1}[\tau]^2 + 2 \sin[\tau] r_{\xi 2}[\tau] + r_{\xi 2}[\tau]^2)^{3/2}} \right) \\ 4 \left(\frac{\sin[\tau] - r_{\xi 2}[\tau]}{(1 - 2 \cos[\tau] r_{\xi 1}[\tau] + r_{\xi 1}[\tau]^2 - 2 \sin[\tau] r_{\xi 2}[\tau] + r_{\xi 2}[\tau]^2)^{3/2}} - \frac{\sin[\tau] + r_{\xi 2}[\tau]}{(1 + 2 \cos[\tau] r_{\xi 1}[\tau] + r_{\xi 1}[\tau]^2 + 2 \sin[\tau] r_{\xi 2}[\tau] + r_{\xi 2}[\tau]^2)^{3/2}} \right) \end{pmatrix}$$

Решение в безразмерных переменных

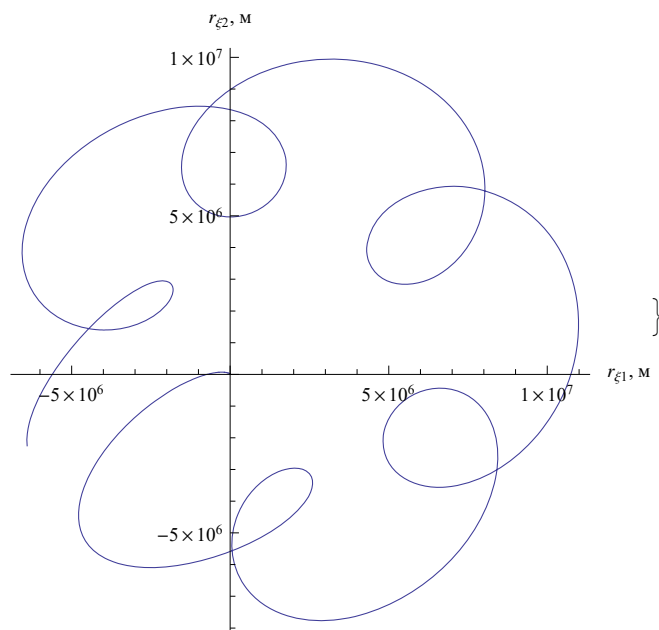
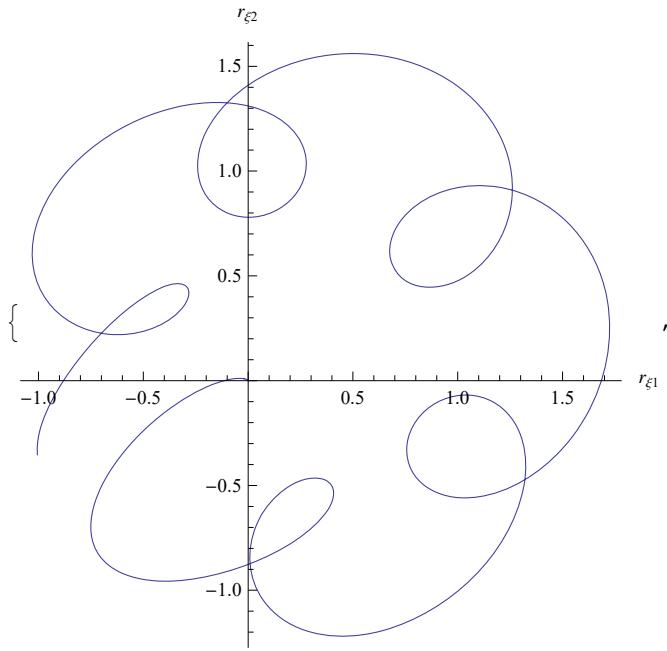
(характерные размеры: L=26 298.2 м; T=0.42735 сек)

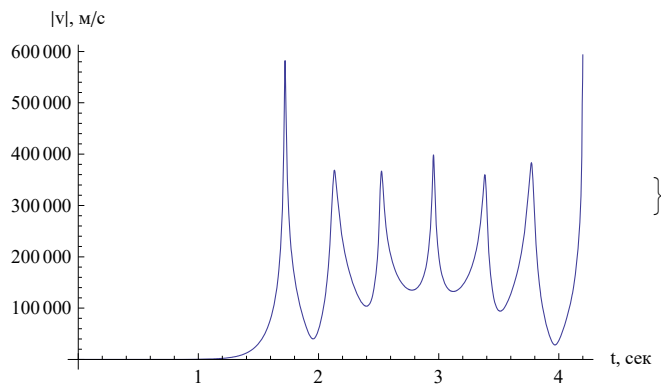
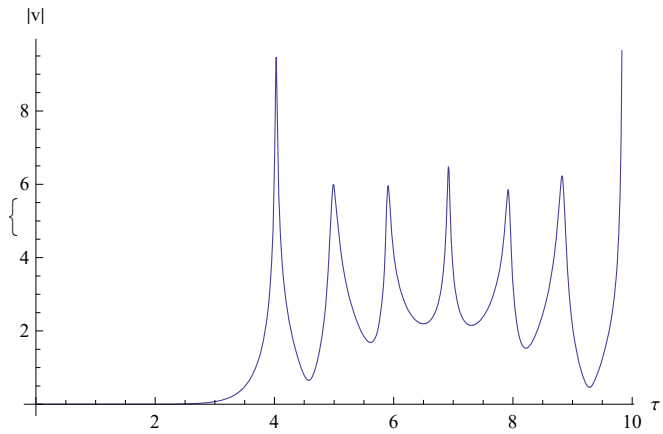
```

(r $_{\xi 1}$  -> InterpolatingFunction[{{0., 9.828}}, <>])
(r $_{\xi 2}$  -> InterpolatingFunction[{{0., 9.828}}, <>])

```

ГРАФИКИ





τ	$r_{\xi 1}$	$r_{\xi 2}$	$v_{\xi 1}$	$v_{\xi 2}$	$ v $
0.	0.	0.	1.62502×10^{-6}	0.	1.62502×10^{-6}
0.4914	1.36595×10^{-6}	2.24475×10^{-7}	5.26869×10^{-6}	1.92021×10^{-6}	5.6077×10^{-6}
0.9828	7.2632×10^{-6}	5.29156×10^{-6}	0.0000218599	0.0000274293	0.0000350745
1.4742	0.0000243725	0.0000519685	0.0000397743	0.000221101	0.00022465
1.9656	-0.0000198863	0.000367906	-0.000442966	0.00137229	0.00144201
2.457	-0.00122637	0.00202235	-0.00666161	0.00642545	0.00925546
2.9484	-0.0130648	0.00773057	-0.0571648	0.016182	0.0594111
3.4398	-0.0975044	0.0040647	-0.37422	-0.083015	0.383318
3.9312	-0.589381	-0.335935	-2.09146	-2.54375	3.29315
4.4226	0.379085	-0.61836	0.602029	0.931063	1.10875
4.914	0.0143484	-0.773826	-0.720803	-3.95184	4.01703
5.4054	1.30975	-0.531024	0.480193	2.1137	2.16756
5.8968	0.780576	-0.429165	2.74597	-5.16418	5.84885
6.3882	1.70499	0.424979	-0.512595	2.20852	2.26723
6.8796	0.718349	0.74938	-2.65701	-3.99783	4.80024
7.371	1.10985	1.30424	-1.44098	1.63848	2.18198
7.8624	-0.167302	1.24442	-2.68434	-3.97468	4.79622
8.3538	0.108404	1.27234	-1.60938	0.804698	1.79934
8.8452	-0.976617	0.407408	3.08626	-5.1235	5.98124
9.3366	-0.312383	0.459615	-0.508101	0.163924	0.53389
9.828	-1.00538	-0.353732	0.900929	-9.60212	9.6443